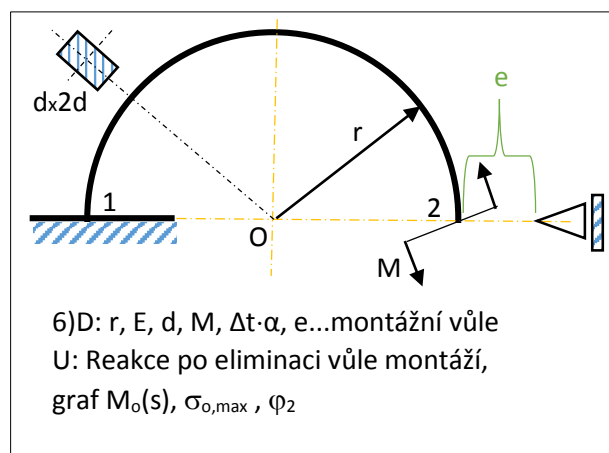
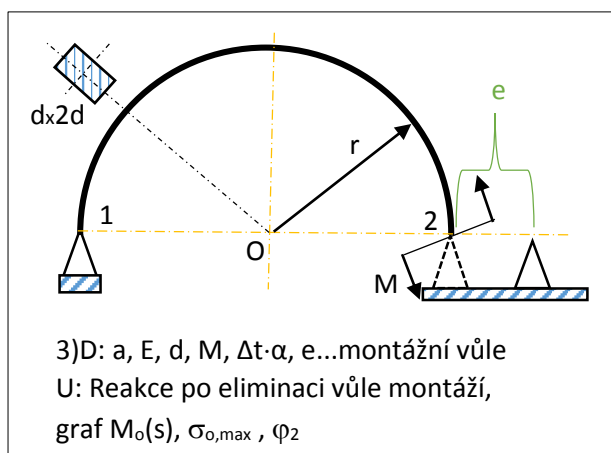
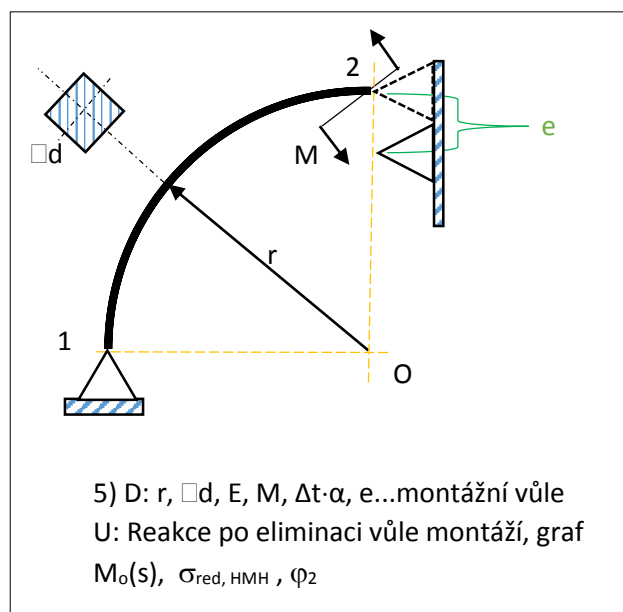
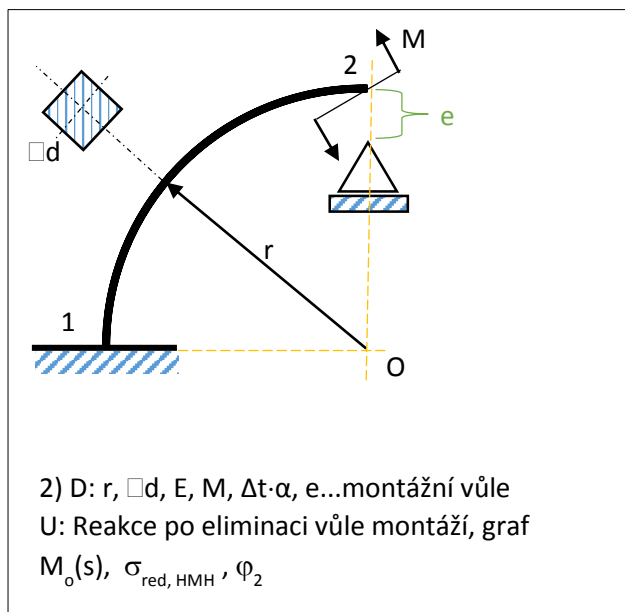
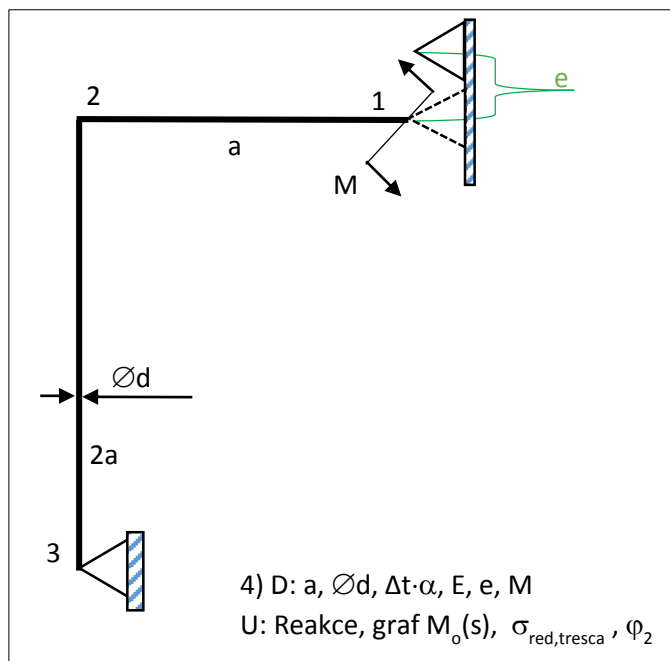
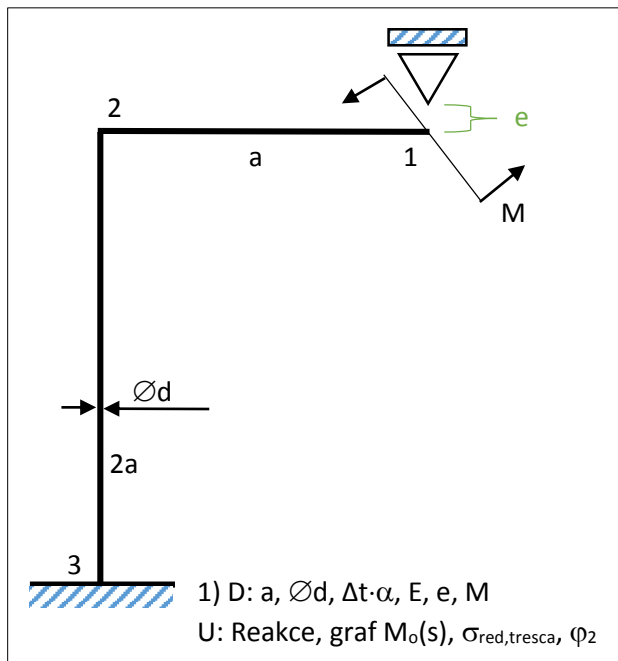
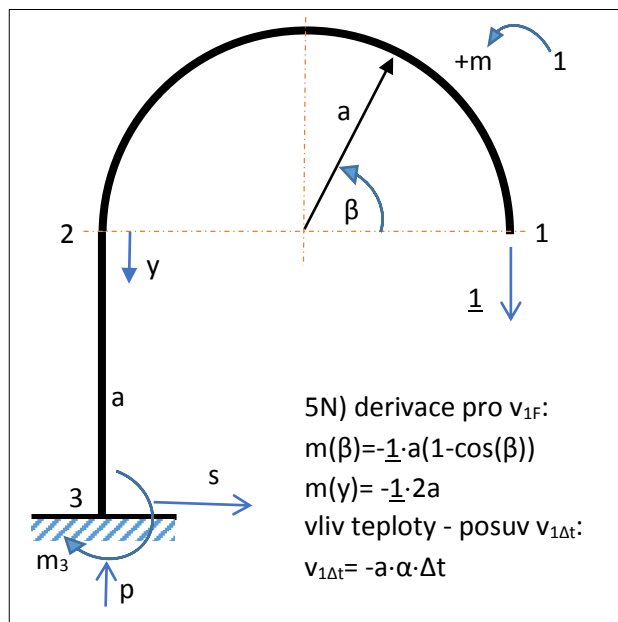
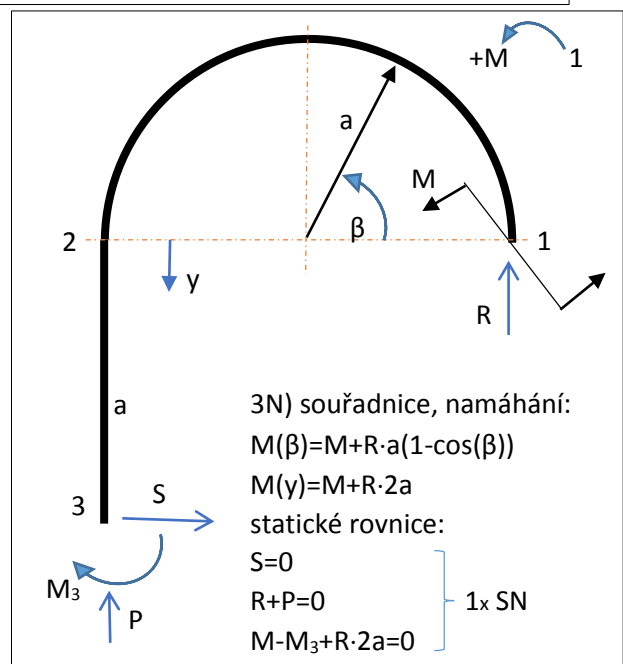
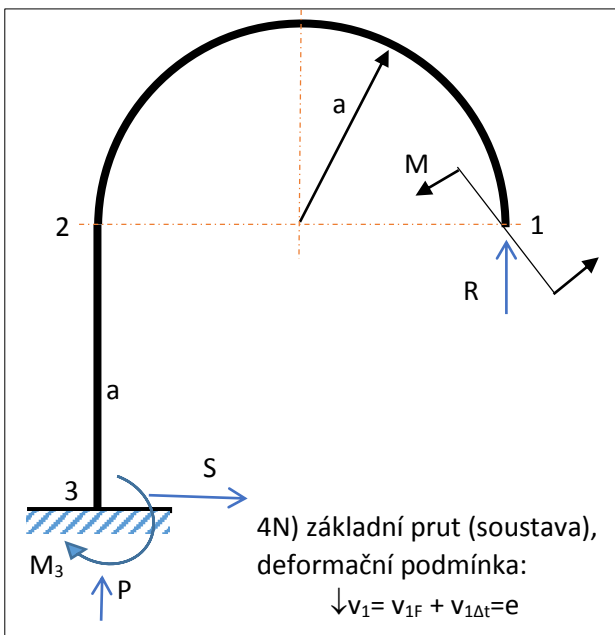
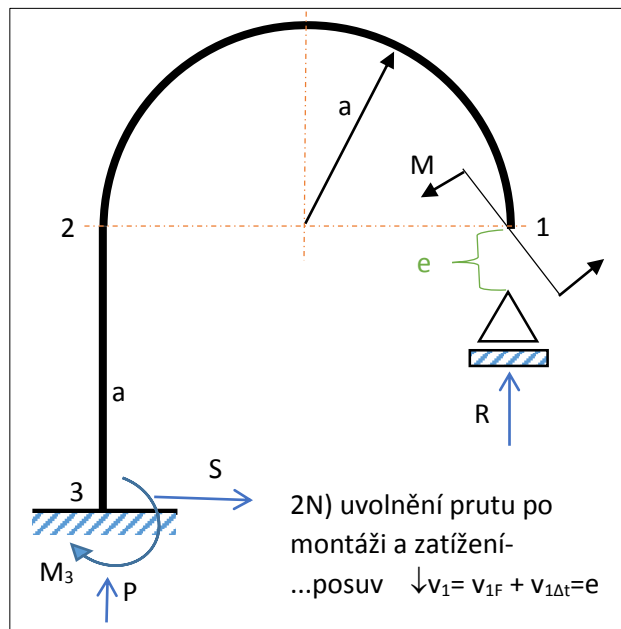
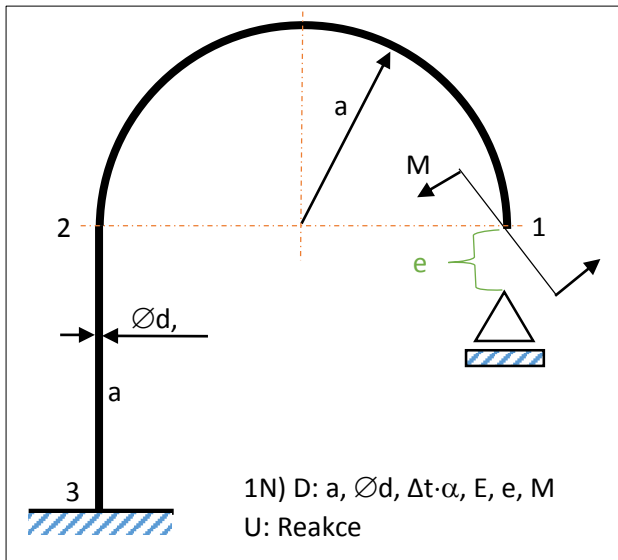


Prutové úlohy pro laboratoře PP2/2016:

Prut je zatížen vnějším momentem M , změnou teploty Δt a vlivem eliminace výrobní tolerance e montáží vazby. Řešte uvolnění, statický rozbor, vhodný základní prut s odpovídající formulací deformační podmínky, analýzu namáhání a uplatněte Castigliánovu větu a vliv teploty též i pro výpočet následného pootočení.





$$S = 0$$

$$R + P = 0$$

$$M - M_3 + R \cdot 2a = 0$$

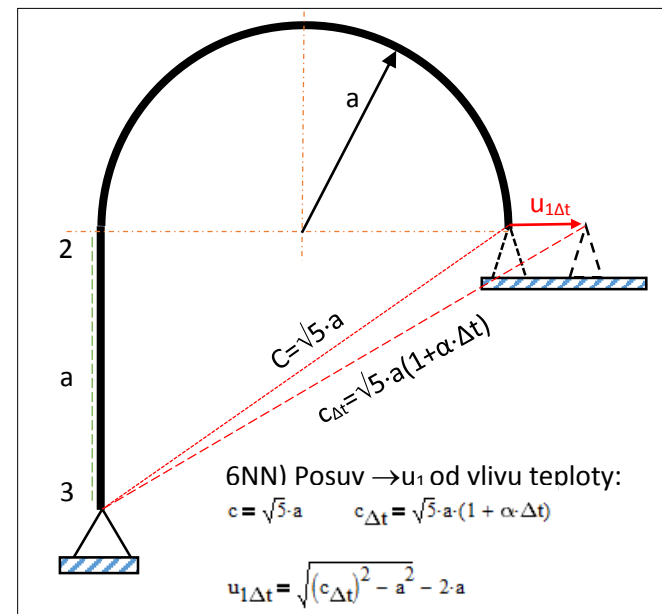
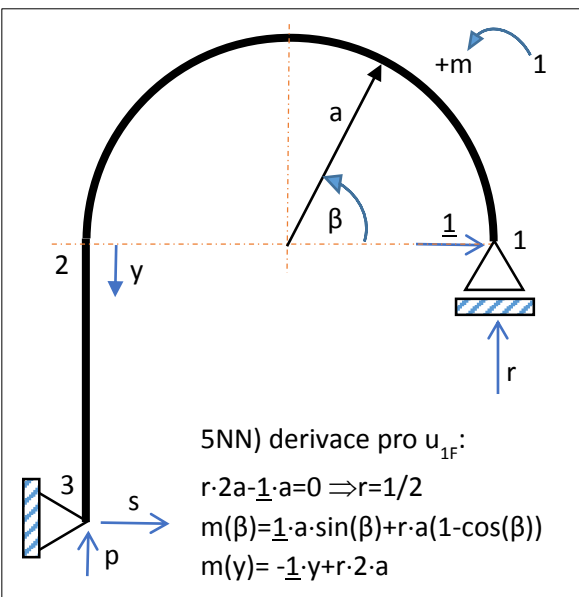
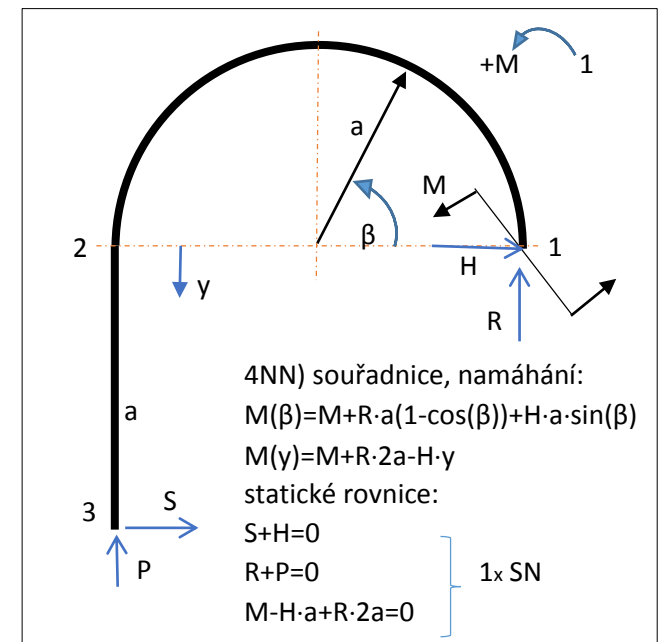
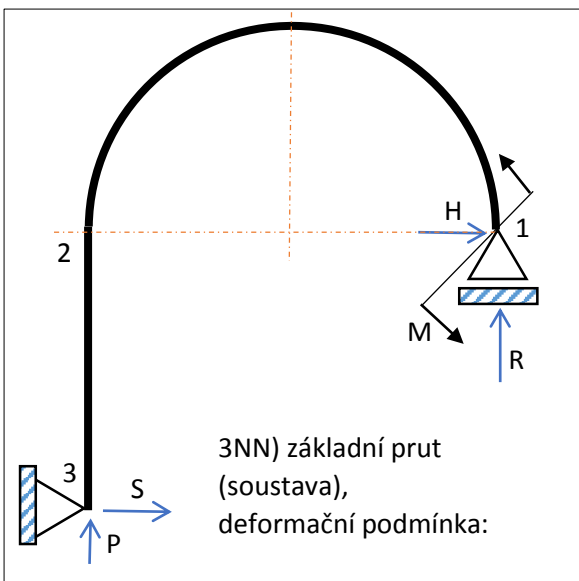
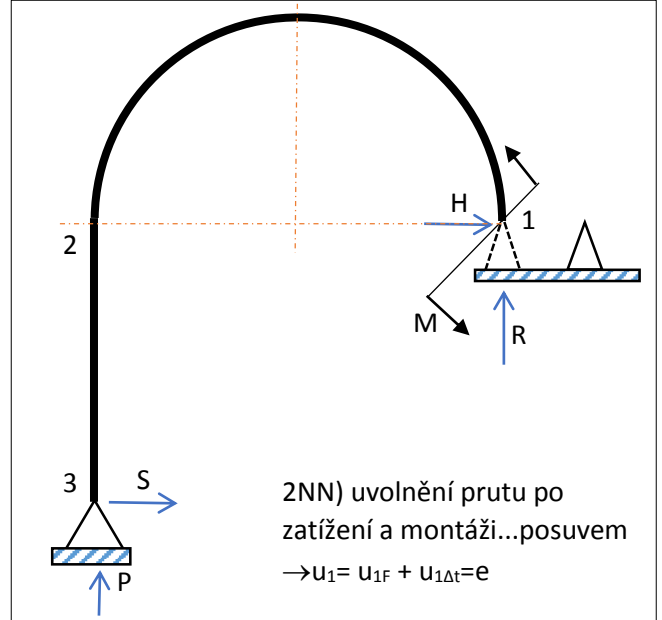
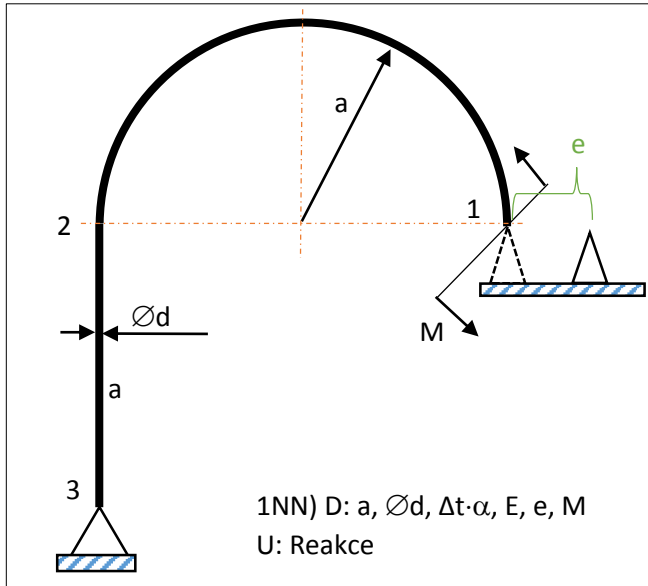
$$e = -\frac{\pi \cdot M \cdot a^2}{E \cdot J} - \frac{2 \cdot a^2 \cdot (M + 2 \cdot R \cdot a)}{E \cdot J} - \frac{3 \cdot \pi \cdot R \cdot a^3}{2 \cdot E \cdot J} - a \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\text{Find} \begin{pmatrix} S \\ R \\ P \\ M_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{4 \cdot M \cdot a^2 + 2 \cdot \pi \cdot M \cdot a^2 + 2 \cdot E \cdot J \cdot e + 2 \cdot E \cdot J \cdot a \cdot \alpha \cdot \Delta t}{8 \cdot a^3 + 3 \cdot \pi \cdot a^3} \\ \frac{4 \cdot M \cdot a^2 + 2 \cdot \pi \cdot M \cdot a^2 + 2 \cdot E \cdot J \cdot e + 2 \cdot E \cdot J \cdot a \cdot \alpha \cdot \Delta t}{8 \cdot a^3 + 3 \cdot \pi \cdot a^3} \\ -\frac{\pi \cdot M \cdot a^2 + 4 \cdot E \cdot J \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot a + 4 \cdot E \cdot J \cdot e}{8 \cdot a^2 + 3 \cdot \pi \cdot a^2} \end{pmatrix}$$

Řešení deformační podmínky:

$$e = \int_0^\pi \frac{[M + R \cdot a(1 - \cos(\beta))] \cdot [-1 \cdot a(1 - \cos(\beta))]}{E \cdot J} \cdot a \, d\beta + \int_0^a \frac{(M + R \cdot 2a) \cdot (-1 \cdot 2a)}{E \cdot J} \, dy - a \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$e = -\frac{\pi \cdot M \cdot a^2}{E \cdot J} - \frac{2 \cdot a^2 \cdot (M + 2 \cdot R \cdot a)}{E \cdot J} - \frac{3 \cdot \pi \cdot R \cdot a^3}{2 \cdot E \cdot J} - a \cdot \alpha \cdot \Delta t$$



Posuv → u_1 od vlivu sil Mohrovým integrálem:

$$u_{1F} = \frac{1}{E \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64}} \left[\int_0^{\pi} [M + R \cdot a(1 - \cos(\beta)) + H \cdot a \cdot \sin(\beta)] \left[1 \cdot a \cdot \sin(\beta) + \frac{1}{2} \cdot a(1 - \cos(\beta)) \right] a \, d\beta + \int_0^a (M + R \cdot 2a - H \cdot y) \left(-1 \cdot y + \frac{1}{2} \cdot 2a \right) dy \right] \rightarrow u_{1F} = \frac{a^2 \cdot (8 \cdot M + 2 \cdot \pi \cdot M + 4 \cdot H \cdot a + 8 \cdot R \cdot a + 2 \cdot \pi \cdot H \cdot a + 3 \cdot \pi \cdot R \cdot a)}{64 \cdot 4} + \frac{a^2 \cdot (3 \cdot M - H \cdot a + 6 \cdot R \cdot a)}{6 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4}$$

Soustava statických rovnic prutu s deformační podmínkou ZS...u1F+u1t=e:

Given

$$S + H = 0$$

$$R + P = 0$$

$$M - H \cdot a + R \cdot 2 \cdot a = 0$$

$$64 \frac{\left[\frac{a^2 \cdot (8 \cdot M + 2 \cdot \pi \cdot M + 4 \cdot H \cdot a + 8 \cdot R \cdot a + 2 \cdot \pi \cdot H \cdot a + 3 \cdot \pi \cdot R \cdot a)}{4} + \frac{a^2 \cdot (3 \cdot M - H \cdot a + 6 \cdot R \cdot a)}{6} \right]}{\pi \cdot E \cdot d^4} + \left[\sqrt{[\sqrt{5} \cdot a \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t)]^2 - a^2} - 2 \cdot a \right] = e$$

$$\text{Find} \begin{pmatrix} R \\ H \\ P \\ S \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{640 \cdot M \cdot a^2 + 192 \cdot \pi \cdot M \cdot a^2 - 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot e - 6 \cdot \pi \cdot E \cdot a \cdot d^4 + 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot \sqrt{5 \cdot a^2 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta t^2 + 10 \cdot a^2 \cdot \alpha \cdot \Delta t + 4 \cdot a^2}}{896 \cdot a^3 + 336 \cdot \pi \cdot a^3} \\ \frac{192 \cdot M \cdot a^2 + 24 \cdot \pi \cdot M \cdot a^2 - 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot e - 6 \cdot \pi \cdot E \cdot a \cdot d^4 + 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot \sqrt{5 \cdot a^2 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta t^2 + 10 \cdot a^2 \cdot \alpha \cdot \Delta t + 4 \cdot a^2}}{448 \cdot a^3 + 168 \cdot \pi \cdot a^3} \\ \frac{640 \cdot M \cdot a^2 + 192 \cdot \pi \cdot M \cdot a^2 - 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot e - 6 \cdot \pi \cdot E \cdot a \cdot d^4 + 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot \sqrt{5 \cdot a^2 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta t^2 + 10 \cdot a^2 \cdot \alpha \cdot \Delta t + 4 \cdot a^2}}{896 \cdot a^3 + 336 \cdot \pi \cdot a^3} \\ \frac{192 \cdot M \cdot a^2 + 24 \cdot \pi \cdot M \cdot a^2 - 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot e - 6 \cdot \pi \cdot E \cdot a \cdot d^4 + 3 \cdot \pi \cdot E \cdot d^4 \cdot \sqrt{5 \cdot a^2 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta t^2 + 10 \cdot a^2 \cdot \alpha \cdot \Delta t + 4 \cdot a^2}}{448 \cdot a^3 + 168 \cdot \pi \cdot a^3} \end{pmatrix}$$

$$E := 200000 \text{ MPa} \quad a := 900 \text{ mm} \quad d := 40 \text{ mm} \quad \alpha := 1.2 \cdot 10^{-5} \cdot \text{K}^{-1} \quad \Delta t := 130 \text{ K} \quad \frac{e}{a} := 7 \text{ mm} \quad M := 800000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Given

$$S + H = 0$$

$$R + P = 0$$

$$M - H \cdot a + R \cdot 2 \cdot a = 0$$

$$64 \frac{\left[\frac{a^2 \cdot (8 \cdot M + 2 \cdot \pi \cdot M + 4 \cdot H \cdot a + 8 \cdot R \cdot a + 2 \cdot \pi \cdot H \cdot a + 3 \cdot \pi \cdot R \cdot a)}{4} + \frac{a^2 \cdot (3 \cdot M - H \cdot a + 6 \cdot R \cdot a)}{6} \right]}{\pi \cdot E \cdot d^4} + \left[\sqrt{[\sqrt{5} \cdot a \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t)]^2 - a^2} - 2 \cdot a \right] = e$$

$$\text{Find} \begin{pmatrix} R \\ H \\ P \\ S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -554.397 \\ -219.906 \\ 554.397 \\ 219.906 \end{pmatrix} \text{ N}$$