# Dynamická pevnost a životnost

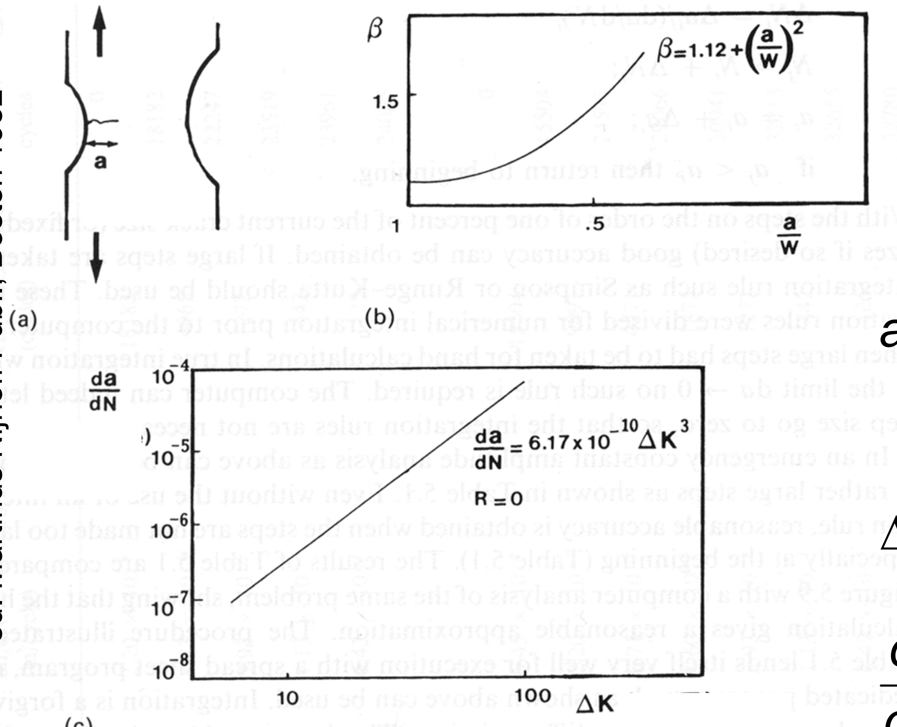
# Jur, příklad VI

Milan Růžička, Josef Jurenka, Martin Nesládek

josef.jurenka@fs.cvut.cz

# Šíření únavových trhlin

D Broek: Elementary Engineering Fracture Mechanics, 1. ed. Martinus Nijhoff Publ., Boston 1982




Známe: *rozměry tělesa* **W**, *korekční funkci* $\beta \equiv Y$, *zatížení* $\Delta\sigma$, *iniciační velikost trhliny* $a_0$, *a parametry Parisova vztahu* **A** *a* **m**. *Máme určit počet cyklů* **N** *do lomu* $\Rightarrow$ $a = a_c$.

$$a_0 = 18.75\ \text{mm},\quad W = 100\ \text{mm},$$

$$\Delta\sigma = 10\ \text{MPa},$$

$$\Delta K = Y \cdot \Delta\sigma \cdot \sqrt{a \cdot \pi} \quad \Leftarrow \quad Y = 1.12 + \left(\frac{a}{W}\right)^2,$$

$$\frac{da}{dN} = A \cdot \Delta K^m = 6.17 \cdot 10^{-10} \cdot \Delta K^3$$

- Bude-li se *Y* během šíření trhliny měnit jen minimálně a známe-li $a_c$, potom je možné provést integraci:

$$\boxed{dN = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{A(\Delta K)^m} = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{A\left(\Delta\sigma \cdot Y("a") \cdot \sqrt{\pi \cdot a}\right)^m} =}$$

$$N = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{A\left(\Delta\sigma \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}\right)^m} = \frac{1}{A\left(\Delta\sigma \cdot Y \cdot \sqrt{\pi}\right)^m} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\left(\sqrt{a}\right)^m} = \frac{2\left[a_c^{\frac{2-m}{2}} - a_0^{\frac{2-m}{2}}\right]}{(2-m)A\left(\Delta\sigma \cdot Y \cdot \sqrt{\pi}\right)^m}$$

- V případě problémů při integrování lze využít numerická integrační schémata.
- V praxi se však volí jiný přístup $\Rightarrow$ tzv. výpočet „step by step“, který probíhá v návazných iteracích.

  Na počátku každé iterace se volí velikost přírůstku trhliny $\Delta a$ a je počítán počet zátěžných cyklů potřebných pro prodloužení o předem daný přírůstek $\Delta a$. Pro každý přírůstek se předpokládá, že hodnota $\Delta K$ a tedy i rychlost šíření je konstantní! Je zřejmé, že čím kratší přírůstky budou tím menší chyby se budeme dopouštět zmíněným průměrováním rychlosti růstu.

  Obdobné přístupy se využívají také při simulacích růstu únavové trhliny pomocí MKP!

# “Step by Step“ postup

**1. iterace:**

$$a_0 = 18.75, \quad N = 0, \quad \Delta a = 0.1875 \Rightarrow \Delta K = \left(1.12 + \left(\frac{18.75}{100}\right)^2\right) \cdot 10 \cdot \sqrt{18.75 \cdot \pi} = 88.5\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}},$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = 6.17 \cdot 10^{-10} \cdot 88.5^3 = 4.277 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{cyklus}},$$

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{\mathrm{d}a/\mathrm{d}N} = \frac{0.1875}{4.277 \cdot 10^{-4}} = 438\ \mathrm{cyklu} \Rightarrow \sum \mathrm{N} = 438.$$

**2. iterace:**

$$a = 18.9375, \sum N = 438, \quad \Delta a = 0.189375 \Rightarrow \Delta K = \left(1.12 + \left(\frac{18.9375}{100}\right)^2\right) \cdot 10 \cdot \sqrt{18.9375 \cdot \pi} = 89{,}2$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = 6.17 \cdot 10^{-10} \cdot 89.5^3 = 4.37233 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{cyklus}},$$

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{\mathrm{d}a/\mathrm{d}N} = \frac{0.189375}{4.37233 \cdot 10^{-4}} = 433\ \mathrm{cyklu} \Rightarrow \sum \mathrm{N} = 871.$$

**3. iterace:**

$$a = 19.127, \quad \sum N = 871, \quad \Delta a = 0.19127 \Rightarrow \Delta K = \left(1.12 + \left(\frac{19.127}{100}\right)^2\right) \cdot 10 \cdot \sqrt{19.127 \cdot \pi} = 89.66,$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = 6.17 \cdot 10^{-10} \cdot 89.66^3 = 4.447 \cdot 10^{-4} \ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{cyklus}},$$

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{\mathrm{d}a/\mathrm{d}N} = \frac{0.19127}{4.447 \cdot 10^{-4}} = 430 \text{ cyklu} \Rightarrow \sum \mathrm{N} = 1301.$$

**4. iterace:**

$$a = 19.3183, \quad \sum N = 1301, \quad \Delta a = 0.193183 \Rightarrow \Delta K = \left(1.12 + \left(\frac{19.3183}{100}\right)^2\right) \cdot 10 \cdot \sqrt{19.3183 \cdot \pi} = 90.16,$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = 6.17 \cdot 10^{-10} \cdot 90.16^3 = 4.522 \cdot 10^{-4} \ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{cyklus}},$$

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{\mathrm{d}a/\mathrm{d}N} = \frac{0.193183}{4.522 \cdot 10^{-4}} = 427 \text{ cyklu} \Rightarrow \sum \mathrm{N} = 1728.$$